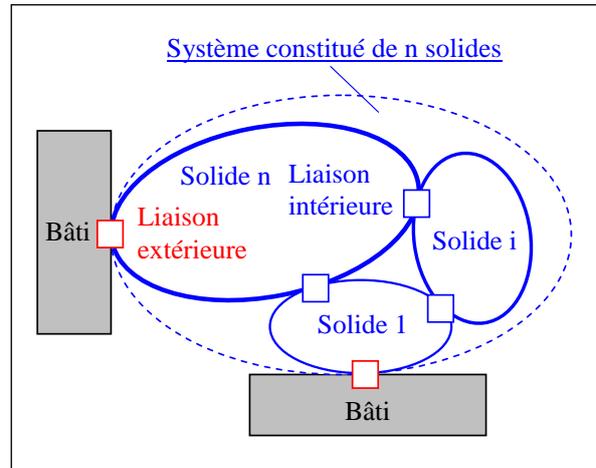


Objectif : Savoir déterminer le degré d'hyperstatisme, aussi bien d'une structure en équilibre, que d'un mécanisme en mouvement.

Considérons un système constitué de  $n$  solides dont les conditions d'équilibre statique ou les lois du mouvement doivent être déterminées. Chacun de ces solides est lié à un ou plusieurs autres des  $n$  solides (liaisons intérieures) et éventuellement lié à d'autres solides ne faisant pas partie des  $n$  solides (liaisons extérieures). Pour tous les solides extérieurs au système, on considère : soit qu'ils sont en équilibre, soit que leurs lois du mouvement sont connues. Ces solides (dont on n'aura pas à rechercher les conditions d'équilibre ou les mouvements) constituent le bâti dans le cas d'une machine.



Les équations de la statique ou les équations du mouvement des  $n$  solides forment un système de  $p$  équations indépendantes. Si le problème est spatial :  $p = 6.n$ . Si le problème est plan :  $p = 3.n$ . (Signalons que certains auteurs comptent le bâti dans le nombre  $n$  des solides. Dans ce cas, les mêmes nombres d'équations sont données par les expressions :  $p = 6.(n - 1)$  et  $p = 3.(n - 1)$ ).

Structure en équilibre :

Dans ce cas, les équations sont les équations de la statique et les inconnues sont des inconnues de liaison. La détermination du degré d'hyperstatisme nécessite de connaître le nombre de ces inconnues. Pour cela, on identifie le type de chacune des liaisons et l'on compte un nombre d'inconnues fonction de ce type (attention : le théorème des actions réciproques justifie que l'on ne compte qu'une fois les inconnues, mais il impose de définir les liaisons entre solides pris deux à deux). On dénombre ainsi  $q$  inconnues. Si  $q > p$ , le degré d'hyperstatisme est :  $h = q - p$ .

Mécanisme en mouvement :

Si  $q = p$ , la structure est isostatique. Partant de ce cas, si l'on supprime une inconnue de liaison, toutes les équations d'équilibre dans lesquelles cette inconnue apparaissait ne sont plus vérifiées. Il y a alors mouvement. Les forces et les moments non équilibrés génèrent des accélérations. Le calcul de ces accélérations nécessite de résoudre le système des équations de la dynamique. Notons que si la suppression d'une inconnue autorise plusieurs mouvements, ces mouvements ne sont pas indépendants puisqu'il suffirait de rétablir une inconnue pour tous les supprimer. Tout de passe donc comme si un paramètre du mouvement avait pris la place d'une inconnue de liaison supprimée. La nature des équations et des inconnues a changé, mais pas leurs nombres.

Il en résulte que pour déterminer le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme, il suffira d'ajouter au nombre des inconnues de liaison, le nombre des paramètres indépendants qui définissent les positions des  $n$  solides (nombre des mobilités :  $m$ )  $\Rightarrow$  degré d'hyperstatisme :  $h = (q + m) - p$ .

En résumé :

*Structure en équilibre ou mécanisme en mouvement :*  
 Degré d'hyperstatisme :  $h = (q + m) - p$   
 $q$  : nombre des inconnues de liaison (à définir),  
 $m$  : nombre des mobilités indépendantes (à identifier),  
 $p$  : nombre des équations d'équilibre ou du mouvement,  
 (espace : 6 équations/solide, plan : 3 équations/solide).