

Objectif : Introduire les notions de liaisons surabondantes, d'hyperstaticité, d'isostaticité et d'hypostaticité, en prenant l'exemple d'une structure dont on supprime des liaisons.

Considérons une structure en équilibre statique sous l'effet des charges qui lui sont appliquées. Cette structure peut être hyperstatique ou isostatique. Le degré d'hyperstatisme d'une structure en équilibre est égal à la différence entre le nombre des inconnues de liaison et le nombre des équations de la statique indépendantes, qu'il est possible d'écrire pour déterminer ces inconnues.

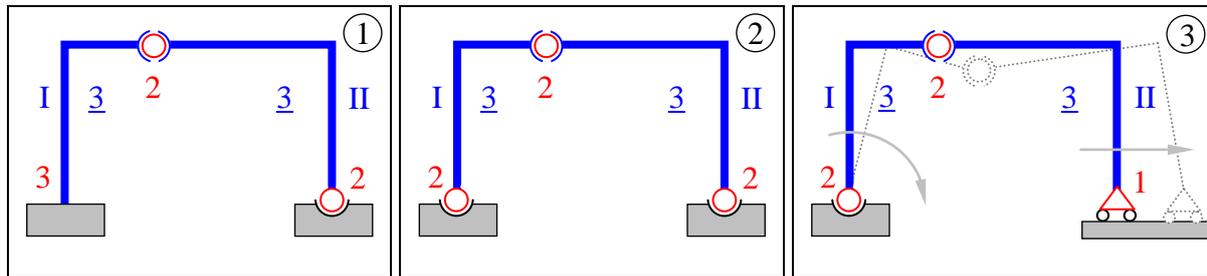
Cas 1 : p équations $<$ q inconnues de liaison \Rightarrow infinité de solutions \Rightarrow structure hyperstatique.

Une structure *hyperstatique* en équilibre est une structure qui possède plus de liaisons que nécessaires à cet équilibre. Dans ce cas, les inconnues de liaison ne sont pas déterminées par les seules conditions d'équilibre statique et de charge. Elles dépendent également de conditions de déplacement imposées par la surabondance des liaisons. C'est la traduction de ces conditions en équations qui permet de compléter les équations d'équilibre et de déterminer les inconnues. Pour que la structure devienne isostatique, il faudrait supprimer $q - p$ inconnues de liaison, intérieures ou extérieures, judicieusement choisies pour conserver une possibilité d'équilibre.

Cas 2 : p équations = q inconnues de liaison \Rightarrow solution unique \Rightarrow structure isostatique.

Une structure *isostatique* en équilibre sous l'effet des charges est une structure pour laquelle les réactions des liaisons sont entièrement déterminées par les conditions d'équilibre statique.

Exemples : Problèmes plans



$p = \underline{3} \times 2 = \underline{6}$
 $q = 3 + 2 + 2 = 7$
 $p < q$: Hyperstatique

$p = \underline{3} \times 2 = \underline{6}$
 $q = 2 \times 3 = 6$
 $p = q$: Isostatique

$p = \underline{3} \times 2 = \underline{6}$
 $q = 2 + 2 + 1 = 5$
 $p > q$: Hypostatique

Cas 3 :

Si l'on supprime une inconnue de liaison à une structure isostatique en équilibre, on obtient une structure hypostatique : p équations $>$ q inconnues de liaison \Rightarrow pas de solution \Rightarrow mouvement.

Une structure *hypostatique* est une structure qui possède des mobilités. Elle est généralement mise en mouvement par les forces qui lui sont appliquées. Exceptionnellement, elle peut être en équilibre dans un cas de structure et chargement symétriques ou de chargement auto-équilibré.

Remarques :

- Dans le cas d'une structure possédant des mobilités, les paramètres décrivant le mouvement font parties des inconnues du problème. Il en résulte une définition plus générale du degré d'hyperstatisme que celle donnée ici dans le cadre limité des structures en équilibre statique.
- Selon que les équations du mouvement permettront ou non, de déterminer à elles seules, les réactions des liaisons et les paramètres du mouvement d'une structure hypostatique, celle-ci sera dite isostatique ou hyperstatique (par exemple : certains mouvements peuvent être permis alors que d'autres sont supprimés par un plus grand nombre de liaisons que le juste nécessaire).