

Objectif : Montrer que l'étude des conditions d'équilibre de plusieurs solides liés peut être abordée de différentes façons (illustration par la résolution d'un problème plan).

La structure ci-dessous est constituée d'un support ADB sur lequel est posé en B une charge \vec{P} et d'une barre CD qui maintient ce support en équilibre. Les liaisons en A, C, D sont des rotules.

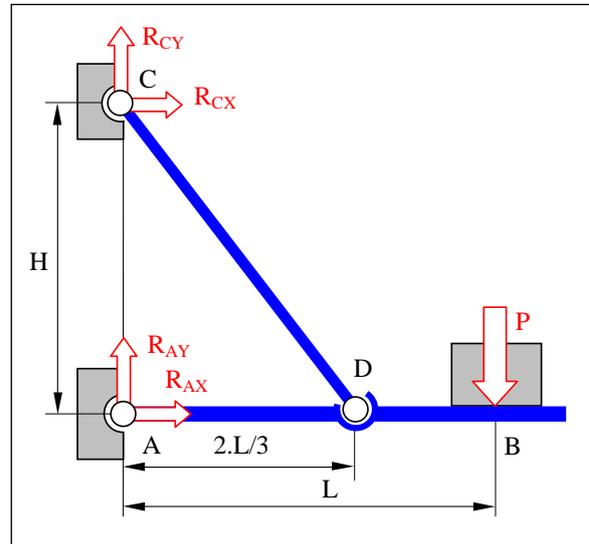
Le problème est considéré plan. On demande de déterminer les forces exercées en A, C et D sur les solides ADB et CD pris isolément.

Méthode :

La structure est constituée de deux solides :
 $\Rightarrow 2 \times 3 = 6$ équations d'équilibre statique.
 Elle possède trois liaisons articulées :
 $\Rightarrow 3 \times 2 = 6$ inconnues de liaison.
 Elle est donc isostatique.

Pour former un système de six équations d'équilibre indépendantes, on a le choix entre :

- isoler séparément les deux solides,
- isoler l'ensemble des deux solides et l'un quelconque des deux solides.



Afin de montrer qu'il est ainsi possible d'étudier de différentes façons les conditions d'équilibre de plusieurs solides liés, nous allons déterminer de deux façons les forces de liaison inconnues.

Equations d'équilibre :

(ADB) isolé :

$$\sum X : R_{AX} + R_{DX} = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y : R_{AY} + R_{DY} - P = 0 \quad (2)$$

$$\sum A : R_{DY} \cdot \frac{2L}{3} - P \cdot L = 0 \quad (3)$$

(CD) isolé :

$$\sum X : R_{CX} - R_{DX} = 0 \quad (4)$$

$$\sum Y : R_{CY} - R_{DY} = 0 \quad (5)$$

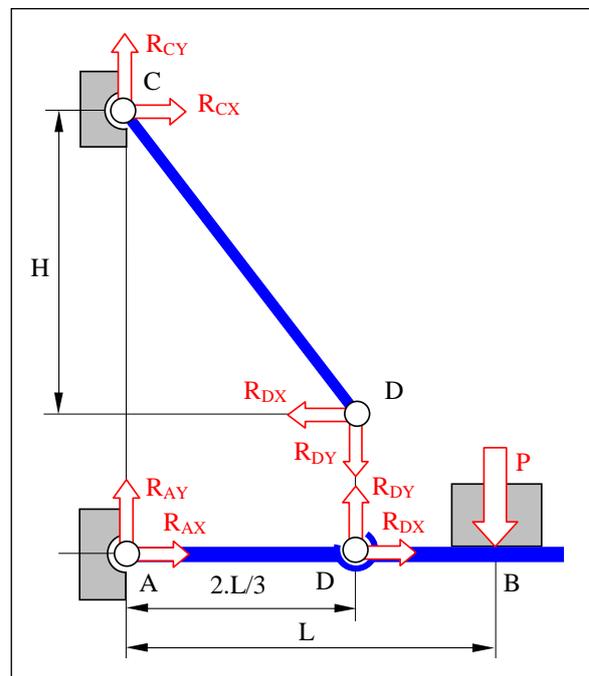
$$\sum C : -R_{DX} \cdot H - R_{DY} \cdot \frac{2L}{3} = 0 \quad (6)$$

(ADB + CD) isolé :

$$\sum X : R_{AX} + R_{CX} = 0 \quad (7)$$

$$\sum Y : R_{AY} + R_{CY} - P = 0 \quad (8)$$

$$\sum A : -R_{CX} \cdot H - P \cdot L = 0 \quad (9)$$



<u>Résolution : Choix d'isoler (ADB) et (CD)</u>	<u>Choix d'isoler (ADB) et (ACB + CD)</u>
$(3) \Rightarrow R_{DY} = \frac{3P}{2}$	$(6) \Rightarrow R_{DX} = -P \cdot \frac{L}{H}$
$(5) \Rightarrow R_{CY} = \frac{3P}{2}$	$(4) \Rightarrow R_{CX} = -P \cdot \frac{L}{H}$
$(2) \Rightarrow R_{AY} = -\frac{P}{2}$	$(1) \Rightarrow R_{AX} = P \cdot \frac{L}{H}$
	$(9) \Rightarrow R_{CX} = -P \cdot \frac{L}{H}$
	$(7) \Rightarrow R_{AX} = P \cdot \frac{L}{H}$
	$(3) \Rightarrow R_{DY} = \frac{3P}{2}$
	$(2) \Rightarrow R_{AY} = -\frac{P}{2}$
	$(8) \Rightarrow R_{CY} = \frac{3P}{2}$
	$(1) \Rightarrow R_{DX} = -P \cdot \frac{L}{H}$