

Objectifs : Savoir comptabiliser le nombre d'équations d'équilibre statique indépendantes que l'on peut écrire pour étudier les conditions d'équilibre d'un solide ou de plusieurs solides liés. Introduire les différentes façons d'aborder un problème de statique.

Introduction :

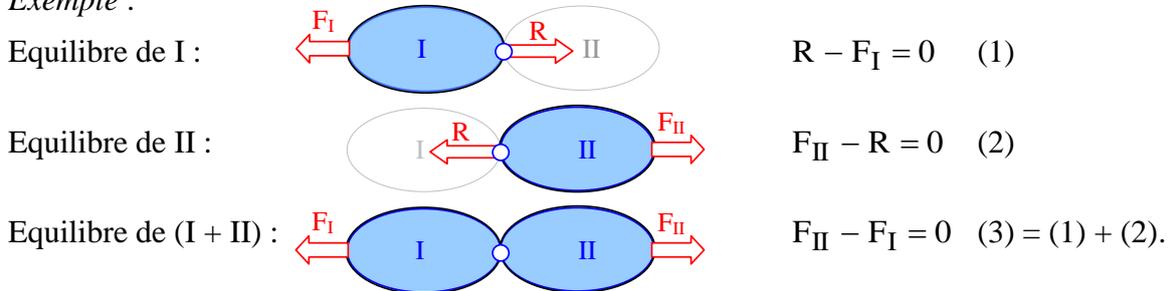
Le but d'une étude statique est de connaître les forces exercées sur un solide ou sur des solides constituant un groupe de solides liés. Parmi ces forces, on trouve des charges qui sont connues et des réactions de liaisons qui doivent être déterminées en résolvant un système d'équations. Lorsqu'on fait le bilan du nombre d'équations dont on dispose pour déterminer des inconnues, il est impératif de ne comptabiliser que des équations indépendantes. Sinon, on pourrait croire que l'on dispose de suffisamment d'équations pour effectuer la résolution, alors qu'il n'en est rien.

Par exemple : il n'est pas possible de déterminer les deux inconnues A et B à partir des deux équations : $A + B = C$ et $2.A + 2.B = 2.C$, car ces deux équations ne sont pas indépendantes. L'une découle de l'autre. Quelles que soient les valeurs A, B : si $A + B = C$ alors $2.(A + B) = 2.C$.

Applications :

- Un solide est en équilibre lorsque la résultante et le moment résultant des forces extérieures sont nulles : $\vec{R} = \vec{0}, \vec{M}_O = \vec{0}$ (six équations d'équilibre en projection sur les axes d'un repère). D'après la relation de changement de centre de moment, il en découle : $\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + \vec{O'O} \wedge \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow$ les équations d'équilibre des moments par rapport à deux points ne sont pas indépendantes.
- Un groupe de n solides liés est en équilibre lorsque chacun des solides est en équilibre \Rightarrow les équations d'équilibre d'un groupe de solides et de chacun des solides ne sont pas indépendantes.

Exemple :



Conclusion :

Pour un système constitué de n solides liés, on disposera de 6.n équations d'équilibre statique.

Remarques :

Lorsqu'on résout un système d'équations en utilisant un logiciel de calcul Mathématique, la complexité des équations importe peu. L'essentiel est qu'elles soient indépendantes. Dans ce cas, la façon d'aborder un problème de statique est méthodique : on isole chacun des solides et on écrit les équations de moments en un même point (l'origine du repère de calcul par exemple).

Dans certains cas, la résolution des équations peut se faire par des méthodes de substitution et de combinaison d'équations. Dans ce cas, afin de faciliter la résolution, on cherchera à obtenir des équations comportant chacune le moins d'inconnues possible. Pour cela, on écrira les équations d'équilibre des moments en des points d'application de forces inconnues (afin que ces dernières n'apparaissent pas dans les équations) et plutôt qu'isoler chacun des n solides, on obtiendra 6.n équations indépendantes en isolant (n - 1) des solides et l'ensemble des n solides (ceci afin que les forces de liaison entre les solides ne figurent pas dans certaines des équations).