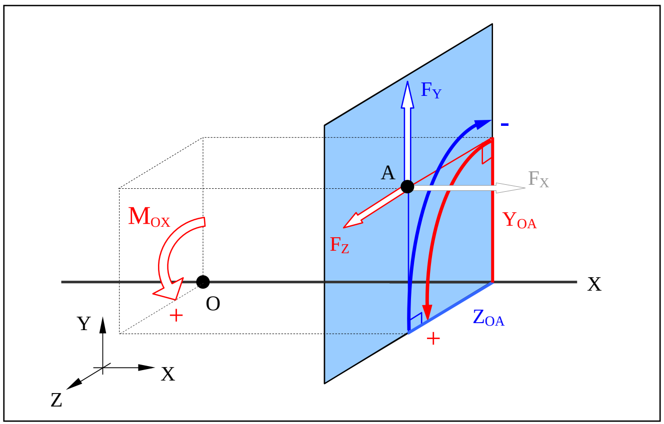
Objectifs : Définir le moment d'une force par rapport à un point (définition générale et calcul).
Mémoriser la règle de calcul d'un produit vectoriel. En comprendre la signification.

Soit $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ un repère, (F_X, F_Y, F_Z) les composantes d'une force $\vec{F}$, A le point d'application de cette force, O un point quelconque et (X_{OA}, Y_{OA}, Z_{OA}) les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}$.
Le calcul du moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O est symbolisé par le produit vectoriel :

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}.$$

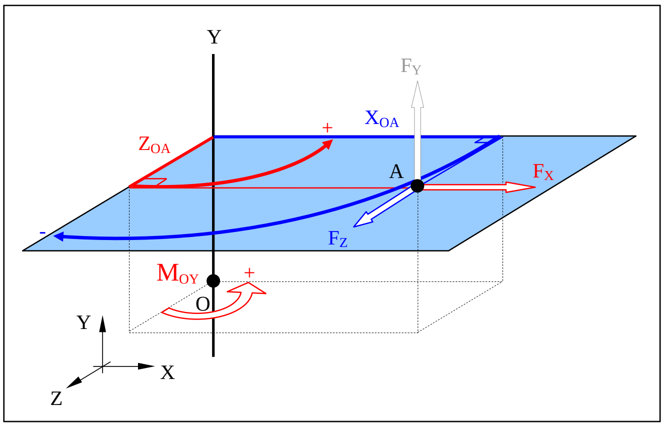
On démontre ci-dessous les expressions des composantes de ce moment par rapport à chacun des axes $O\vec{X}$, $O\vec{Y}$ et $O\vec{Z}$. Ces expressions sont établies en raisonnant successivement dans les plans $(\vec{Y}, \vec{Z})$, $(\vec{Z}, \vec{X})$ et $(\vec{X}, \vec{Y})$. Dans chacun des plans, on considère les "bras de levier" des composantes de la force $\vec{F}$ par rapport aux axes et le sens de moment positif conventionnel. En complément, on a représenté graphiquement les opérations à effectuer pour obtenir chacune des composantes du moment, ce qui doit constituer un moyen mémo-technique permettant de mémoriser les expressions obtenues et de retenir ainsi la règle de calcul d'un produit vectoriel :



$$M_{OX} = + Y_{OA}.F_Z - Z_{OA}.F_Y$$

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$

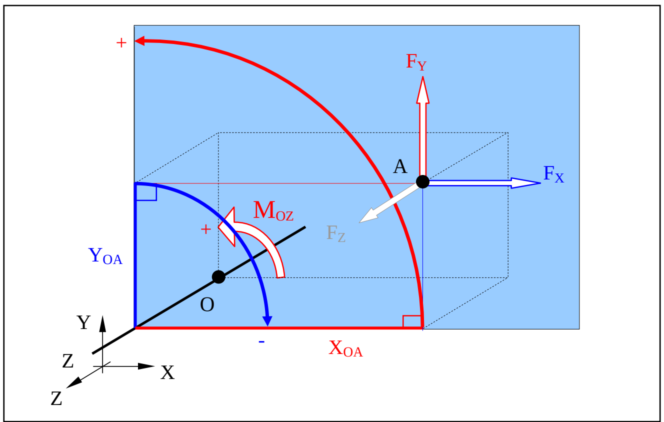
$$\begin{pmatrix} M_{OX} \\ \cancel{M_{OY}} \\ \cancel{M_{OZ}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cancel{X_{OA}} \\ Y_{OA} \\ Z_{OA} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \cancel{F_X} \\ F_Y \\ F_Z \end{pmatrix}$$



$$M_{OY} = + Z_{OA}.F_X - X_{OA}.F_Z$$

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$

$$\begin{pmatrix} \cancel{M_{OX}} \\ M_{OY} \\ \cancel{M_{OZ}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{OA} \\ \cancel{Y_{OA}} \\ Z_{OA} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_X \\ \cancel{F_Y} \\ F_Z \end{pmatrix}$$



$$M_{OZ} = + X_{OA}.F_Y - Y_{OA}.F_X$$

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$

$$\begin{pmatrix} \cancel{M_{OX}} \\ \cancel{M_{OY}} \\ M_{OZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{OA} \\ Y_{OA} \\ \cancel{Z_{OA}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ \cancel{F_Z} \end{pmatrix}$$