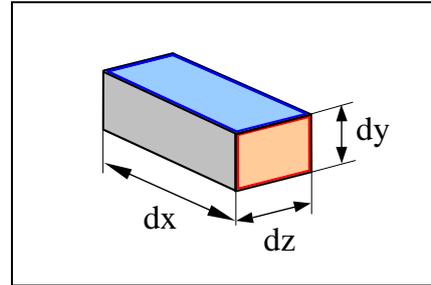
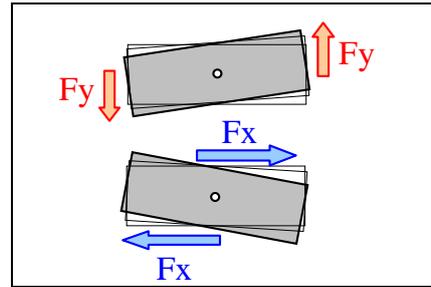


Objectif : Comprendre la signification du théorème de réciprocity des contraintes tangentielles.

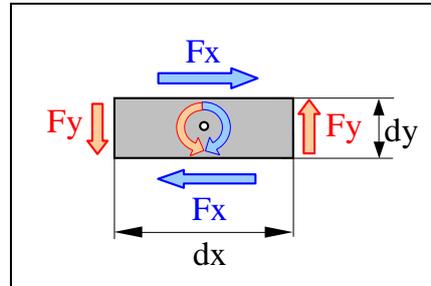
Considérons un volume de matière ayant la forme d'un parallélépipède et tentons de soumettre ce volume à des forces destinées à le cisailer.



Lorsqu'on applique deux forces égales et opposées sur deux des faces parallèles du parallélépipède, on obtient un équilibre des forces, mais il n'y a pas d'équilibre des moments : les deux forces constituent un couple, \Rightarrow leur application entraîne un mouvement de rotation.



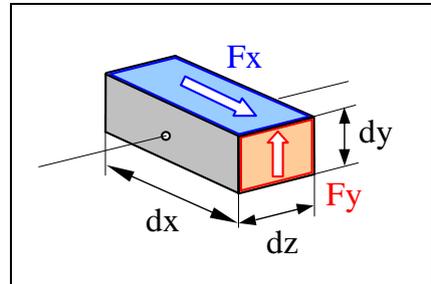
Comme illustré sur le schéma ci-contre, pour éliminer le mouvement de rotation, il faut exercer deux couples de forces antagonistes :



La condition d'équilibre des moments est : $F_x \cdot dy = F_y \cdot dx$.

La relation entre les forces \vec{F}_x et \vec{F}_y peut être traduite en une relation entre les contraintes tangentielles exercées sur les faces du parallélépipède.

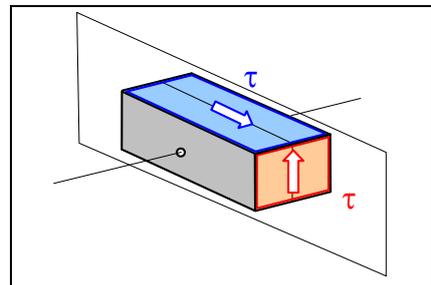
Si l'on admet que les forces sont uniformément réparties sur les surfaces respectives, les contraintes tangentielles sont données par les expressions : $\frac{F_x}{dx \cdot dz}$ et $\frac{F_y}{dy \cdot dz}$.



Or, d'après la condition d'équilibre des moments :

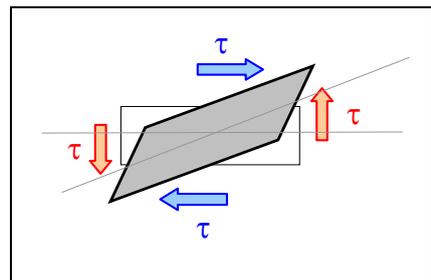
$$\frac{F_x}{dx} = \frac{F_y}{dy} \Rightarrow \left(\frac{F_x}{dx} \right) \cdot \frac{1}{dz} = \left(\frac{F_y}{dy} \right) \cdot \frac{1}{dz} = \tau.$$

Il y a donc égalité des contraintes tangentielles. On démontre ainsi le théorème de réciprocity :



Les contraintes tangentielles qui agissent dans un plan sur des surfaces perpendiculaires entre elles sont égales.

Remarque : Les forces tangentielles appliquées sur les surfaces du parallélépipède le déforment angulairement, mais elles ne fixent pas la position du parallélépipède déformé dans l'espace. Seule la déformation angulaire est proportionnelle à la valeur commune des contraintes.



A noter : Les contraintes représentées sur une représentation plane correspondent à des forces exercées sur des surfaces perpendiculaires à ce plan (voir les représentations en perspectives).