Objectifs : Définir le moment d'une force par rapport à un point (problème plan uniquement).
Exposer le principe de calcul du moment basé sur le "bras de levier" de la force.

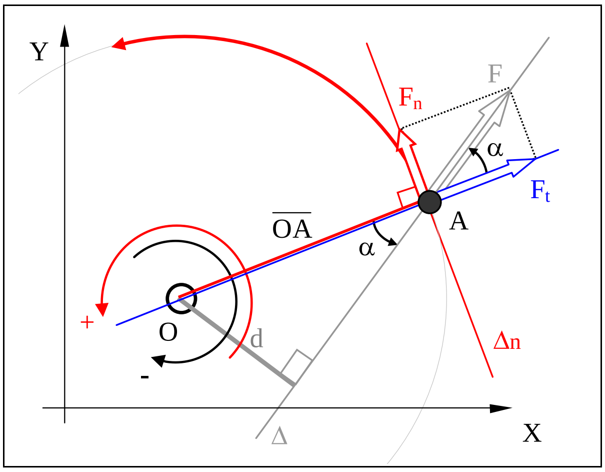
Remarque : Un moment est un résultat de calcul qui permet de rendre compte des effets d'une force ou d'un ensemble de forces sur le mouvement ou la déformation d'un solide.

Considérons un point O et une force $\vec{F}$ appliquée en un point A.
Soit $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ un repère de projection, tel que le plan $(\vec{X}, \vec{Y})$ contienne la force $\vec{F}$ et le point O :

Imaginons que la force $\vec{F}$ soit exercée sur un solide et que l'axe $O\vec{Z}$ soit un axe de rotation du solide, matérialisé par des liaisons pivots :

La force $\vec{F}$ peut être décomposée en :
- une force $\vec{F_t}$ de direction OA,
- une force $\vec{F_n}$ de direction perpendiculaire.

Pour un solide au repos, l'expérience montre :
- que soumis à l'action de la composante $\vec{F_t}$, le solide reste au repos,
- que soumis à l'action de la composante $\vec{F_n}$, le solide est mis en rotation autour de $O\vec{Z}$.



C'est le décalage $\overline{OA}$ entre la droite d'action Δn et le point O qui donne cet effet à la force $\vec{F_n}$.
Pour traduire ce dernier, on définit le moment en O de le force $\vec{F}$, comme le vecteur $\vec{M_O}$:

- de direction orthogonale au plan contenant la force $\vec{F}$ et le point O (Z dans le cas ci-dessus),
- de module égal au produit de la distance $\overline{OA}$ par le module de la composante $\vec{F_n}$ de la force $\vec{F}$ que l'on obtient par projection de la force $\vec{F}$ dans la direction perpendiculaire à la droite OA,
- de signe positif, lorsque la force $\vec{F}$ tendrait à entraîner un solide en rotation autour de l'axe $O\vec{Z}$ en le faisant tourner dans le sens X sur Y (et plus généralement : X sur Y, Y sur Z ou Z sur X).

Remarque : D'après le schéma ci-dessus, $F_n = F.\sin(\alpha)$, d'où : $F_n.\overline{OA} = F.(\sin(\alpha).\overline{OA}) = F.d$.

d est la longueur d'un segment perpendiculaire à la droite d'action Δ qui supporte la force $\vec{F}$ et reliant cette droite au point O choisi pour le calcul du moment. Cette longueur permet d'exprimer le moment d'une force directement en fonction de son module. Elle est appelée "bras de levier".

Notons que le plus souvent, le moment d'une force sera calculé à partir des composantes de la force dans le repère de calcul $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$. Si l'on considère les composantes F_X et F_Y, alors on obtient : $M_{OZ} = - Y_{OA}.F_X + X_{OA}.F_Y$.

Remarque :

En reportant dans cette dernière expression :

$X_{OA} = d.\sin(\beta) + L.\cos(\beta)$, $F_X = F.\cos(\beta)$
$Y_{OA} = L.\sin(\beta) - d.\cos(\beta)$, $F_Y = F.\sin(\beta)$,

on vérifie aisément que l'on retrouve après simplifications et en utilisant $\cos^2 + \sin^2 = 1$:

$$M_{OZ} = F.d.$$