

SYSTEME A 1 DDL - MOUVEMENT LIBRE - CONDITIONS INITIALES - EXPLICATIONS

Masse = 1, Raideur = 100, Amortissement = 0, Frottement = 0.

Position seule

Position = 20, Vitesse = 0 - Lancer l'animation - Mise en mémoire.

Position = 40, Vitesse = 0 - Lancer l'animation - Rappel mémoire.

Questions :

- L'amplitude du mouvement libre est-elle proportionnelle à la valeur du décalage initial de la masse ?

Réponse : Oui

(Au décalage initial de la masse correspond une variation de la longueur du ressort, donc une énergie de déformation fournie au système. Lorsque l'amortissement et le frottement sont nuls, le système conserve cette énergie. Au cours de son mouvement libre, il se retrouve alors, exactement dans le même état, à chaque aller-retour de la masse. L'amplitude du mouvement est dans ce cas égale à la valeur du décalage initial.)

- La période du mouvement libre dépend-elle du décalage initial de la masse ?

Réponse : Non

(Lorsqu'on augmente le décalage initial de la masse, on augmente la force de rappel exercée par le ressort, l'accélération du mouvement de la masse est donc plus élevée, de même que la vitesse atteinte après un temps donné. Mais la valeur du décalage initial de la masse est aussi celle de l'amplitude du mouvement. Donc même si la vitesse est plus grande, comme la distance à parcourir est elle aussi plus grande, la durée d'un aller-retour est inchangée.)

Vitesse seule

Position = 0, Vitesse = 100 - Lancer l'animation - Mise en mémoire.

Position = 0, Vitesse = 200 - Lancer l'animation - Rappel mémoire.

Questions :

- L'amplitude du mouvement libre est-elle proportionnelle à la valeur de la vitesse initiale de la masse ?

Réponse : Oui

(A la vitesse initiale de la masse correspond une énergie cinétique fournie au système. Lorsque l'amortissement et le frottement sont nuls, le système conserve cette énergie. Au début de son mouvement libre, l'énergie du système, initialement fournie sous la forme d'une énergie cinétique de la masse, se transforme progressivement en une énergie de déformation du ressort. Mais à la différence d'un amortisseur qui transformerait de l'énergie mécanique en chaleur, lorsque le ressort freine le mouvement de la masse, il ne dissipe pas son énergie cinétique, il l'emmagasine. Il la restitue ensuite lorsqu'il remet la masse en mouvement dans le sens inverse. Le mouvement libre s'accompagne ainsi d'échanges d'énergie entre la masse et le ressort. Ces échanges font que la nature de l'énergie du système alterne entre une énergie cinétique et une énergie de déformation. La variation maximale de la longueur du ressort est atteinte à chaque fois que l'énergie cinétique de la masse se retrouve en totalité sous la forme d'une énergie de déformation du ressort. Plus la vitesse initiale de la masse est élevée, plus l'énergie cinétique fournie au système est grande. La conversion de cette énergie en une énergie de déformation correspond alors à une déformation

maximale du ressort plus grande et par conséquent à un déplacement de la masse plus important. Attention : cette approche énergétique permet de justifier que la vitesse initiale de la masse et l'amplitude du mouvement libre du système sont liées, mais elle ne permet pas de conclure à une relation de proportionnalité entre les deux. Pour aller jusque-là, il faut soit compléter cette approche par des observations expérimentales, soit la poursuivre par une mise en équations des phénomènes.)

- La période du mouvement libre dépend-elle de la vitesse initiale de la masse ?

Réponse : Non

(Lorsqu'on augmente la vitesse initiale de la masse, l'amplitude du mouvement, et par conséquent la distance parcourue par la masse, augmentent en proportion. Finalement la durée d'un aller-retour est inchangée.)

Position ou Vitesse

Position = 20, Vitesse = 0 - Lancer l'animation - Mise en mémoire.

Position = 0, Vitesse = 200 - Lancer l'animation - Rappel mémoire.

Questions :

- Pourquoi le mouvement libre induit par un décalage initial et le mouvement libre induit par une vitesse initiale sont-ils déphasés l'un par rapport à l'autre ?

Réponse : Au début du mouvement libre, le déplacement est maximal dans le cas d'un décalage initial et il est nul dans le cas d'une vitesse initiale. Il en résulte que la loi du mouvement est une fonction cosinus dans le premier cas et une fonction sinus dans le second cas.

- La période du mouvement libre induit par un décalage initial est-elle la même que la période du mouvement libre induit par une vitesse initiale ?

Réponse : Oui

(Que l'on fournisse au système une énergie initiale sous la forme d'une énergie de déformation du ressort ou d'une énergie cinétique de la masse, son mouvement libre s'accompagne toujours des mêmes échanges d'énergies entre la masse et le ressort. Imposer au système un décalage initial ou une vitesse initiale revient en fait à débiter l'observation de son mouvement libre perpétuel, soit à partir d'un instant pour lequel la vitesse est nulle, soit à partir d'un instant pour lequel le déplacement est nul. Ce choix n'aura pas d'incidence sur la période du mouvement observé.)

Remarque :

Pour les valeurs de masse et de raideur choisies, les conditions initiales : Position = 20, Vitesse = 0 et Position = 0, Vitesse = 200, conduisent à deux mouvements libres de mêmes amplitudes.

Position et Vitesse

Position = 20, Vitesse = 0 - Lancer l'animation - Mise en mémoire.

Position = 20, Vitesse = 200 - Lancer l'animation - Rappel mémoire.

Questions :

- Pourquoi l'amplitude du mouvement libre observé pour : Position = 20, Vitesse = 200 n'est-elle pas égale à la somme des amplitudes observées respectivement pour : Position = 20, Vitesse = 0 et Position = 0, Vitesse = 200 ?

Réponse : Un décalage initial et une vitesse initiale induisent des mouvements pour lesquels les déplacements respectifs ne sont pas maximums aux mêmes instants. Il en résulte que pour obtenir le déplacement maximal dans le cas de conditions initiales représentées à la fois par un décalage initial et par une vitesse initiale, il ne suffit pas d'ajouter les déplacements maximums obtenus en considérant séparément le mouvement dû au décalage initial et le mouvement dû à la vitesse initiale. La relation entre les amplitudes respectives de deux fonctions sinusoïdales et l'amplitude de la somme de ces deux fonctions n'est donc pas une simple addition. Il faut tenir compte de l'écart entre les instants pour lesquels ces fonctions sont respectivement maximales. C'est la raison pour laquelle les études vibratoires nécessitent d'introduire les notions de "phase" et de "déphasage" et d'utiliser des outils particuliers tels que les calculs en nombres complexes ou la représentation graphique de Fresnel.

- La période du mouvement libre d'un système dépend-elle des conditions initiales de ce mouvement ?

Réponse : Non

(Que la position et la vitesse de la masse à un instant quelconque résulte de son mouvement jusqu'à cet instant, ou de conditions initiales imposées à cet instant, le mouvement libre qui suit cet instant sera le même.

Vérification :

Position = 0, Vitesse = 200 - Lancer l'animation - Mise en mémoire

Le mouvement libre est un mouvement sinusoïdal d'amplitude 20.

Position = 20, Vitesse = 0 - Lancer l'animation - Rappel mémoire

La seule différence est que le mouvement débute à un instant pour lequel la vitesse est nulle.

Des conditions initiales de position et de vitesse non nulles, engendrent ainsi un mouvement libre dont le déplacement à l'instant où la vitesse est nulle et une vitesse nulle, ou la vitesse à l'instant où le déplacement est nul et un déplacement nul, sont respectivement des conditions initiales de ce même mouvement, toutefois décalé dans le temps. Quelles que soient les conditions initiales, on peut donc toujours se ramener au cas où l'une des conditions initiales est nulle. Or, dans ce cas, la période du mouvement libre est indépendante de la valeur de la condition initiale non nulle. Il en est donc de même dans le cas où les deux conditions initiales de position et de vitesse sont non nulles.)
